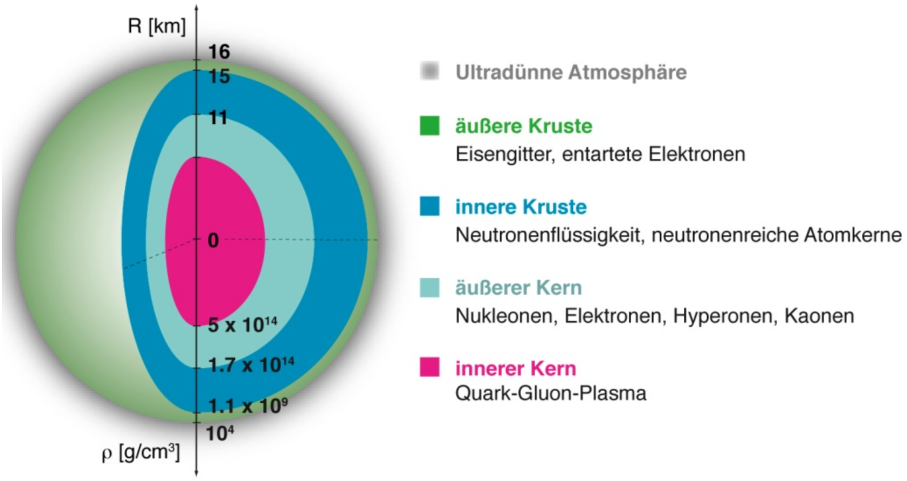
LEHRERFORTBILDUNG 2011
Rechenpakete für den Schulunterricht

I TEILCHENPHYSIK

Aufgabe 1) Kompakte Neutronensternmaterie

Massereiche Sterne, die deutlich schwerer sind als die Sonne, explodieren in Sternexplosionen, den Supernovae. Während die äußeren Schalen des Vorläufersterns durch die Explosion im Weltall verteilt werden, kollabiert der Sternkern zu einem kompakten Sternüberrest. Die Sternmaterie wird dabei so sehr verdichtet, dass die Elektronen der Atomhülle in die Protonen des Atomkerns gepresst werden. Die Materie wird neutronisiert. Ein Neutronenstern ist entstanden.



Die Grafik rechts (Bildquelle: Exzellenzcluster Universe) zeigt einen Ausschnitt aus der Neutronensternkugel. Die Materie wird immer dichter, je tiefer man in den Neutronenstern eindringt. Bei bestimmten Dichten verändert die Materie ihren Zustand, so dass ein Neutronenstern eine Schalenstruktur mit unterschiedlichen Materiezuständen aufweist. Das sind (von außen nach innen) eine dünne Atmosphäre, eine Kruste aus Eisenatomen, eine Neutronenflüssigkeit und ein exotisches Kernmateriegemisch, u.a. aus Kaonen und Hyperonen. Tief im Kern könnten sogar die Quarks in freier Form vorliegen. Die Gluonen sind Kraftteilchen, die die Quarks zusammenhalten. Ab bestimmten Temperaturen und Dichten kann dieser Verbund aufgebrochen werden, und es entsteht ein Quark-Gluon-Plasma.

Nehmen wir an, wir könnten Bohrproben aus einem Neutronenstern entnehmen und sie auf die Erde bringen, um ihre Masse zu bestimmen. Berechne anhand der angegebenen Übergangsdichten in der Grafik die Masse einer Neutronensternprobe der Größe eines Kubikzentimeterwürfels aus 1 km, 5 km und 10 km Tiefe.

LÖSUNG:

1 km Tiefe – Übergangszone vom Eisengitter zur Neutronenflüssigkeit

$m_{1km} = \rho_{1km} \times V_{Würfel} = 1{,}1 \times 10^9$ g $cm^{-3} \times 1$ $cm^3 = 1{,}1 \times 10^6$ kg = **1.100 t**

Zum Vergleich: Der Eiffelturm hat eine Gesamtmasse von etwa 10.000 Tonnen (gut neun Neutronensternwürfel aus 1 km Tiefe), während ein Flugzeugträger etwa 50.000 Tonnen wiegt (gut 45 Neutronensternwürfel aus 1 km Tiefe).

5 km Tiefe – Übergangszone von der Neutronenflüssigkeit zur Kernmaterie

$m_{5km} = \rho_{5km} \times V_{Würfel} = 1{,}7 \times 10^{14}$ g cm^{-3} x 1 cm^{3} = $1{,}7 \times 10^{11}$ kg = **170 Mio. t**

Zum Vergleich: Ein irdischer Berg wiegt ungefähr eine Milliarde Tonnen oder ca. fünf Neutronensternwürfel aus 5 km Tiefe.

10 km Tiefe – Übergangszone von der Kernmaterie zum Quark-Gluon-Plasma

$m_{10km} = \rho_{10km} \times V_{Würfel} = 5 \times 10^{14}$ g cm^{-3} x 1 cm^{3} = 5×10^{11} kg = **500 Mio. t**

Zum Vergleich: Das Wasser der Weltmeere (1,4 Mrd. Kubikkilometer oder $1{,}4 \times 10^{15}$ Liter) hat eine Masse von $1{,}4 \times 10^{12}$ Tonnen oder 2800 Neutronensternwürfel aus 10 km Tiefe.

Aufgabe 2) Teilchenbeschleuniger

Die Einheit Elektronenvolt (abgekürzt mit eV) ist eine Einheit für die Energie, die sehr gebräuchlich ist in der Hochenergie- und Teilchenphysik. Es ist die typische Energieskala einzelner Teilchen und definiert als die Energie, die ein Elektron, das die negative Elementarladung von $-1{,}602 \times 10^{-19}$ Coulomb beim Durchgang durch ein elektrisches Feld der Potentialdifferenz 1 Volt erhält. Eine Umrechnung in die Energieeinheit Joule ergibt:

1 eV = $1{,}602 \times 10^{-19}$ C × 1 V = $1{,}602 \times 10^{-19}$ J

Wissenschaftler benutzen Präfixe, um Vielfache der Einheit kürzer zu schreiben: 1 meV = 1/1000 eV, 1 keV = 1000 eV, 1 MeV = 1.000.000 eV, 1 GeV = 1.000.000.000 eV, 1 TeV = 10^{12} eV, 1 PeV = 10^{15} eV, 1 EeV = 10^{18} eV etc.
Üblicherweise gibt man Teilchenmassen auch in Einheiten von Elektronenvolt an. Hierbei wird die berühmteste Gleichung der Physik verwendet: $E = mc^2$. In der Formel stehen die Energie E, die Teilchenmasse m und die Vakuumlichtgeschwindigkeit c.

A) *Berechne die Masse des Protons in Einheiten von eV/c^2. Verwende dazu den Zahlenwert der Protonenmasse in Höhe von $1{,}67 \times 10^{-27}$ kg.*

B) *Beim Teilchenbeschleuniger Large Hadron Collider (LHC) am CERN bei Genf werden Protonen auf eine Energie von 7 TeV beschleunigt. Das Foto oben zeigt einen Blick in den Tunnel, durch den der Beschleunigerring mit 27 Kilometern Umfang verläuft (Bildquelle: CERN). Wie viel langsamer als das Licht sind diese Protonen? Verwende die Vakuumlicht-geschwindigkeit c = 300.000 km/s.*

C) *Illuminati und Antimaterie*
In Dan Browns Roman „Illuminati“ (engl. Titel „Angels & Demons“) und dem gleichnamigen Kinofilm wird der Vatikan durch eine „Antimaterie-Bombe“ bedroht, die aus ¼ g Antimaterie besteht. Reicht diese Menge Antimaterie tatsächlich für eine verheerende Explosion? Hinweis: Die Maßeinheit für Sprengkraft, 1 kT (1 Kilo-Tonne TNT, 1000 t TNT) ist definiert als 10^{12} cal, was $4{,}184 \times 10^{12}$ J entspricht.

Wie lange würde es dauern, so viel Antimaterie herzustellen (Speicherprobleme usw. werden hierbei völlig ignoriert!)? Benutze dazu, dass das US-amerikanische Beschleunigerlabor Fermilab, die größte „Antimaterie- Fabrik“ der Welt, 1,4 x 10^{15} Antiprotonen im Jahr 2008 produzierte.

LÖSUNG:

Aufgabe 2A)
$m_P c^2$ [eV] = m_P c^2 / 1 eV = 1,67 x 10^{-27} kg x (3 x 10^8 m/s)^2 / (1,6 x 10^{-19} J) = 9,38 x 10^8

Die Protonenmasse beträgt 938 MeV/c^2 , also knapp 1 GeV/c^2.

Weitere Beispiele:

Energie von Radiowellen:	etwa 1 meV
Röntgenphoton:	um 1 keV
Gammaphoton:	ab etwa 1 MeV
Elektronenmasse:	510,9989 keV/c^2
Omega-Hyperon:	1,67245 GeV/c^2

Das Heben eines Kilogramms vom Boden auf eine 1 Meter hohe Platte erfordert eine Energie von 6,12 × 10^{19} eV = 61,2 EeV = 9,81 J
Am diesem letzten Beispiel sieht man das das Elektronenvolt eine Einheit der Mikrophysik ist und für unsere Makrowelt recht unhandlich ist.
Bei hochenergetischer kosmischer Strahlung kommen auch makroskopische Energien vor. Das Teilchen höchster Energie, das je beobachtet wurde, hatte eine Energie von ca. 3 x 10^{20} eV, also etwa 50 J. Das entspricht einem Tennisball (ca. 60 g) mit einer Geschwindigkeit von knapp 150 km/h!

Aufgabe 2B)
So schnell fliegende Teilchen erfordern die Gleichungen der Speziellen Relativitätstheorie. Gemäß dieser Theorie ist die Energie des Teilchens definiert zu:

$E = \gamma mc^2$,

wobei m die Masse (präzise: die sog. Ruhemasse) des Teilchens ist. Weiterhin gibt es hier den sog. relativistischen Faktor oder Lorentz-Faktor

$\gamma = (1 - \beta^2)^{-1/2}$,

mit $\beta = v/c$, wobei v die Teilchengeschwindigkeit ist.

Es folgt also:
$E = (1 - \beta^2)^{-1/2}\, mc^2$
$1 - \beta^2 = m^2c^4/E^2$
$\beta = (1 - m^2c^4/E^2)^{1/2} = (1 - (0{,}938\text{ GeV})^2/(7000\text{ GeV})^2)^{1/2} = 0{,}999999991 = 1 - 9 \times 10^{-9}$
$v = \beta c = (1 - 9 \times 10^{-9})\, c = c - 3$ m/s

Aus der Rechnung folgt:
Die Protonen sind 9 x 10^{-9} mal langsamer als das Licht, d.h. mit c = 3 x 10^8 m/s sind das 3 m/s.

Alternativ, falls die Genauigkeit des Taschenrechners nicht ausreicht, gibt es einen Rechentrick mit einer Potenzreihenentwicklung der Wurzelfunktion („Binomische Reihe“):
Für kleine x gilt $(1+x)^{1/2} = 1 + ½\, x - 1/8\, x^2 + 1/16\, x^3 - \ldots$
Wird nur der erste Term verwendet, ergibt sich:
$\beta = (1 - m^2c^4/E^2)^{1/2} \sim (1 - m^2c^4)/(2E^2) = 1 - (0.938\text{ GeV})^2/(2 \times (7000\text{ GeV})^2) = 1 - 9 \times 10^{-9}$, wie oben.

Aufgabe 2C)
Die Freisetzung der Energie erfolgt durch Materie-Antimaterie-Vernichtung. Zur Vernichtung von ¼ g Antimaterie wird auch ¼ g Materie benötigt, die aber natürlich überall vorhanden ist. Insgesamt wird also ½ g Materie in Energie umgewandelt. Diese Materiemenge setzen wir wieder in Einsteins Gleichung ein:

$E = mc^2 = 5 \times 10^{-4}$ kg x (3 x 10^8 m/s)^2 = 4,5 x 10^{13} J = 10,8 kT (entspricht in etwa der Hiroshima-Bombe)

$1,4 \times 10^{15}$ Antiprotonen entsprechen bei einer Protonenmasse von $1,67 \times 10^{-27}$ kg einer Masse von $2,34 \times 10^{-9}$ g = 2,34 ng. Das ist die jährliche Produktionsmenge an Antiprotonen am Fermilab. Damit ergibt sich die Zeit, um ein Viertel Gramm zu produzieren zu:

$0,25$ g / ($2,34 \times 10^{-9}$ g / Jahr) = 107 Mio. Jahre

Die jährlichen Betriebskosten einer solchen Anlage liegen im Bereich von 10 Millionen US Dollar, so dass sich ein Gesamtpreis von 10^{15} US Dollar (einer Billiarde) oder 700 Billionen Euro ergibt.
Wir schließen: Antimaterie-Bomben sind also reine Phantasie.

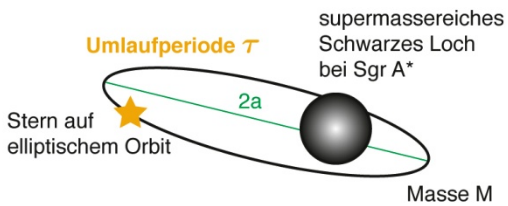
Alternativer Lösungsweg:
¼ g Antiprotonen entspricht ¼ mol Antiprotonen, also $1,5 \times 10^{23}$ Antiprotonen. Mit der Produktionskapazität des Fermilab würde es also $1,5 \times 10^{23} / 1,4 \times 10^{15} = 1,07 \times 10^{8}$ = 107 Millionen Jahre dauern, diese Menge zu produzieren!

Aufgabe 3) Das superschwere Schwarze Loch in der Milchstraße

Die Kepler-Gesetze sind benannt nach dem deutschen Astronom Johannes Kepler (1571 – 1630, rechts; Bildquelle: Wikipedia), der Planeten im Sonnensystem untersuchte. Er wertete die Daten seines dänischen Kollegen und Zeitgenossen Tycho Brahe (1546 - 1601) aus. Damals wurde einfache optische Linsenteleskope zur astronomischen Beobachtung verwendet, die dem Prototyp, den der Holländer Hans Lipperhey (1570 - 1619) erfand und den Galileo Galilei (1564 - 1642) weiterentwickelte, sehr ähnlich waren. Diese kleinen Fernrohre dienten vor allem der Mond- und Planetenbeobachtung.

Kepler hatte drei Gesetze der Himmelsmechanik rein empirisch gefunden. Eine theoretische Herleitung dieser später Kepler-Gesetze genannten Gesetzmäßigkeiten wurde mit der Newton‘schen Gravitationstheorie möglich. Die drei Gesetze lauten:

- Die Planetenbahnen sind Ellipsen, in deren einem Brennpunkt die Sonne steht.
- Die Verbindungslinie Planet - Sonne („Fahrstrahl“) überstreicht in gleichen Zeitintervallen gleich große Flächen.
- Die Quadrate der Umlaufzeiten der Planeten verhalten sich wie die Kuben der großen Halbachse der Ellipse ihrer jeweiligen Bahn.



$$\frac{\tau^2}{a^3} = \frac{4\pi^2}{GM} = \text{const}$$

In dieser Aufgabe interessiert uns besonders das 3. Kepler’sche Gesetz, denn es ist von solcher Allgemeingültigkeit, dass wir es benutzen können, um mehr über das supermassereiche Schwarze Loch im Zentrum der Milchstraße zu lernen. In ungefähr 26.000 Lichtjahren Entfernung vom Sonnensystem in Richtung des Tierkreiszeichens Schütze (*Sagittarius, Sgr*) befindet sich das Zentrum unserer scheibenförmigen Heimatgalaxie, der Milchstraße. Mit hochauflösenden Teleskopen ist es möglich Sterne zu sehen, die um dieses Zentrum kreisen. Das 3. Kepler-Gesetz erlaubt es uns, die Masse M zu bestimmen, um die Sterne kreisen. Dazu müssen wir nur die Halbachse a der ellipsenförmigen Sternbahn wissen und die dazugehörige Umlaufzeit τ (siehe Skizze oben; Bildquelle: Exzellenzcluster Universe). In der dargestellten Gleichung gibt es sonst nur Konstanten: die Kreiszahl π = 3,1415… und die Newton‘sche Gravitationskonstante G = 6,67 x 10^{-11} m^3 kg^{-1} s^{-2}.
Astronomen vom Max-Planck-Institut für extraterrestrische Physik[1] geben für einen Stern namens S2, der um das Zentrum namens Sgr A* kreist folgende Werte an:

Umlaufzeit τ = 15,2 Jahre

Halbachse a = 5,5 Lichttage
Berechne daraus die Zentralmasse M in Einheiten der Sonnenmasse 1 $M_{\odot}$ = 1,99 x 10^{30} kg.

LÖSUNG:

Zunächst rechnen wir die Angaben in das Système International („SI-Einheiten" wie Meter, Sekunde etc.) um.

Umlaufzeit τ = 15,2 Jahre = 15,2 x 365 x 24 x 3600 s = 4,79 x 10^8 s
Halbachse a = 5,5 Lichttage = 5,5 x c x 24 x 3600 s = 1,43 x 10^{14} m
(mit der Vakuumlichtgeschwindigkeit c = 300.000 km/s)

Die angegebene Gleichung stellen wir nach der Masse M um und setzen alle Zahlenwerte ein:

$$M = 4\pi^2 a^3/(G\,\tau^2) = 4\,\pi^2 \times (1{,}43 \times 10^{14}\ \mathrm{m})^3 / [6{,}67 \times 10^{-11}\ \mathrm{m^3\,kg^{-1}\,s^{-2}} \times (4{,}79 \times 10^8\ \mathrm{s})^2]$$

$$= 7{,}54 \times 10^{36}\ \mathrm{kg} = 3{,}79 \times 10^6\ M_{\odot}$$

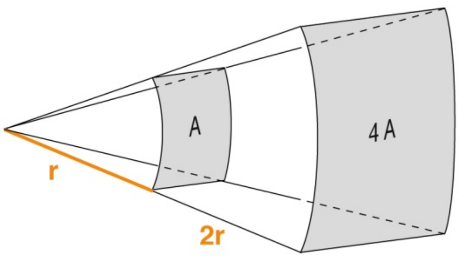
Innerhalb der Sternbahn von S2 (also innerhalb eines Volumens von nur wenigen Lichttagen Durchmesser, das nicht viel größer ist als unser Sonnensystem) befindet sich eine enorm große Masse von ungefähr 4 Mio. Sonnenmassen. So viel Masse auf so wenig Raum kann nur durch ein Schwarzes Loch erklärt werden. Im Herzen unserer Milchstraße sitzt ein supermassereiches Schwarzes Loch.

Anmerkung: Eine sorgfältige Diskussion zur Interpretation, ob sich im Zentrum der Milchstraße ein Schwarzes Loch oder ein anderer Typ eines kompakten Objekts (Bosonenstern, Fermionenstern, Gravastern etc.) befindet, findet man im Buch „Schwarze Löcher – Die dunklen Fallen der Raumzeit" von Andreas Müller (Spektrum Akademischer Verlag, 2009; ISBN: 978-3-8274-2070-1)

Quelle [1]: Schödel et al., Nature Vol. 419, 694, 2002

Aufgabe 4) Helligkeit und Distanzmessung mit Sternexplosionen

Je weiter eine Lichtquelle von uns entfernt ist, umso dunkler erscheint sie. Das liegt daran, dass sich das Licht der Quelle auf einer Kugelfläche verteilt, die mit dem Abstandsquadrat anwächst. Verdoppelt man die Entfernung der Lichtquelle, so nimmt ihre Intensität um das Vierfache ab. Das gilt auf jeden Fall im uns vertrauten dreidimensionalen (*Euklidischen*) Raum.



Die Astronomen unterscheiden bei einem Himmelsobjekt die scheinbare Helligkeit m von der absoluten Helligkeit M. Die scheinbare Helligkeit m nimmt mit der Entfernung ab, wohingegen die absolute Helligkeit ein fester Wert ist, nämlich die Helligkeit in einer Entfernung von 10 pc. Dabei ist pc die Längeneinheit Parsec (*Parallaxensekunde*) für die gilt:

1 pc = 3,26 Lichtjahre = 3,09 x 10^{16} m

Anmerkung: Die Parallaxensekunde ist definiert als der Abstand, unter dem die mittlere Entfernung von der Erde zur Sonne, ca. 150 Millionen Kilometer, unter einem Winkel von einer Bogensekunde erscheint. Eine Bogensekunde ist der 3600ste Teil eines Grads.

Historisch bedingt unterschieden die Himmelsforscher Helligkeiten zunächst in sechs Größenklassen. Das erste Messinstrument war das menschliche Auge, das sicherlich nicht voll ausgereift ist für astronomische Beobachtungen. Die hellsten Sterne definierte man mit der 1. Größe, die lichtschwächsten, gerade noch mit dem Auge sichtbaren als Sterne 6. Größe. Im Zuge besserer astronomischer Instrumente wurde diese Skala deutlich erweitert. So weisen die leuchtschwächsten Objekte – zum Beispiel extrem weit entfernte Galaxien, die mit den besten modernen Teleskopen noch sichtbar sind – etwa 30. Größe auf!
Das menschliche Auge ist ein logarithmischer Strahlungsdetektor, daher ist die natürliche Helligkeitsskala logarithmisch und nicht linear.

Der britische Astronom Norman Robert Pogson (1829 - 1891) führte 1856 ein logarithmisches Gesetz ein, das den Zusammenhang zwischen **scheinbarer Helligkeit m**, der Magnitude, und dem Strahlungsfluss F wiedergibt. Dabei zeigte sich, dass das Verhältnis der Strahlungsflüsse aufeinander folgender Größenklassen immer konstant ist, etwa 2,512. Mit der obigen Definition, dass die **absolute Helligkeit M** bei einem Abstand r von 10 pc zu messen sei, folgt eine Gleichung, der so genannte Distanzmodul:

$$m - M = -2{,}5 \log [F(r) / F(10)] = 5 \log (r / 10 \text{ pc})$$

Bei bekannten zwei von den drei Größen m, M und r lässt sich die dritte anhand Umstellen der Gleichung berechnen. Eine besonders wichtige Anwendung ist die Entfernungsbestimmung kosmischer Objekte. Die scheinbare Helligkeit m ist immer bekannt, weil Astronomen sie am Himmel direkt messen. Das entsprechende Verfahren heißt Photometrie, wörtlich soviel, wie Messung des Flusses der Photonen. In der Regel werden die Helligkeiten in der Einheit *mag* oder m für Magnitude angegeben. Die scheinbare Helligkeiten einiger kosmischer Nachbarn:

- Sonne: $m = -26.8^{\text{mag}}$
- Vollmond: $m = -12.5^{\text{mag}}$
- Sirius, der hellste Stern am Himmel im Sternbild Canis Major (dt. Großer Hund):
  $m = -1.46^{\text{mag}}$

Gelingt es dem Astronomen nun die absolute Helligkeit M aufgrund theoretischer Modelle eingrenzen, so kann er über beobachtete, scheinbare Helligkeit m und Distanzmodul direkt die Entfernung r des leuchtenden Objekts ableiten. Diese Prozedur wird bei so genannten Standardkerzen angewandt. Die Astronomen suchen dabei kosmische Quellen, deren intrinsische Helligkeit (die Helligkeit „vor Ort" der Quelle) sie in irgendeiner Form ableiten können. Prominente Beispiele für Standardkerzen sind Cepheiden, variable Sterne mit sich periodisch verändernder Helligkeit, und Supernova vom Typ Ia, die immer eine gleiche Maximalhelligkeit erreichen.

Die absoluten Helligkeiten der folgenden Himmelskörper betragen:

- Sonne: $M = 4.87^{\text{mag}}$
- Sirius: $M = 1{,}43^{\text{mag}}$
- Supernova Ia: $M = -19{,}7^{\text{mag}}$

A) *Berechne mit dem Distanzmodul die Entfernung der Sonne und von Sirius.*
B) *Wie weit muss eine Supernova Ia entfernt sein, damit sie uns so hell erscheint wie die Sonne?*

LÖSUNG:

Aufgabe 4A)

Wir stellen die Gleichung nach r um und erhalten: $r = 10\ pc \times 10^{0,2\ (m - M)}$

$r_{Sonne} = 10\ pc \times 10^{-0,2 \times 31,67} = 10 \times 4,63 \times 10^{-7}\ pc = 4,63 \times 10^{-6}\ pc = 143$ Mio. km ~ 1 AU
$r_{Sirius} = 10\ pc \times 10^{-0,2 \times 2,89} = 10 \times 0,26\ pc = 2,6\ pc = 8,5$ Lj
Diese Angaben entsprechen in etwa den Literaturwerten für die jeweilige Entfernung. Eine astronomische Einheit (engl. astronomical unit, kurz AU) ist gerade die mittlere Entfernung der Erde von der Sonne.

Aufgabe 4B)

Wir verwenden die absolute Helligkeit einer Supernova Ia $M = -19,7^{mag}$ und die scheinbare Helligkeit der Sonne $m = -26.8^{mag}$ und setzen diese ein, um r auszurechnen

$r = 10\ pc \times 10^{0,2\ (m - M)} = 10\ pc \times 10^{-0,2 \times 7,1} = 0,38\ pc = 1,24$ Lj

Dieses Ergebnis zeigt, dass eine Supernova unglaublich hell ist, denn sie würde in gut einem Lichtjahr Entfernung so hell erscheinen wie unsere Sonne, die nur 150 Mio. Kilometer entfernt ist.

Hinweis: Die Formel für den Distanzmodul ist nicht für beliebige Abstände gültig. Bei großen Abstanden ist es wichtig die Ausdehnung des Universums zu berücksichtigen und so gibt es dann auch modifizierte Gleichungen für die Entfernungsbestimmung.

Aufgabe 5) Expandierendes Universum und Hintergrundstrahlung

Die kosmische Hintergrundstrahlung ist eine schwache, elektromagnetische Strahlung, die die Erde aus allen Himmelsrichtungen erreicht. Sie dringt aus den entferntesten Teilen des Universums bis zu uns vor und stammt aus einer Zeit, als es noch keine Planeten, keine Sterne und keine Galaxien gab. Es ist das älteste Signal, was Forscher überhaupt messen können. Die Hintergrundstrahlung entstand etwa 380.000 Jahre nach dem Urknall. Mit anderen Worten: Die Hintergrundstrahlung ist 13,69 Milliarden Jahre alt. Ihre Existenz beweist, dass unser Universum sehr klein und heiß war und im Urknall begann.

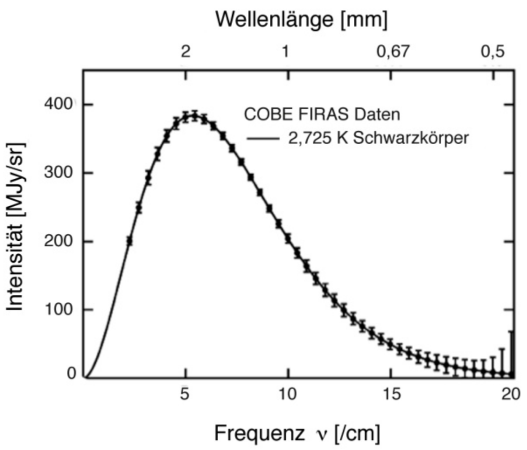
Die Entdeckung der Hintergrundstrahlung im Jahr 1965 mit einer Radioantenne brachte den US-Forschern A. Penzias und R. Wilson den Nobelpreis für Physik 1978 ein. Eine genaue Untersuchung der Strahlung ergab, dass sie thermischen Ursprungs ist. Somit kann die Strahlung einem heißen Objekt mit einer bestimmten Temperatur zugeordnet werden, das diese Wärmestrahlung kurz nach dem Urknall auf den Weg geschickt hat. Aber was leuchtet da?

Wenige Minuten nach dem Urknall entstand ein „Urgas", das sich im Wesentlichen aus den leichtesten, chemischen Elementen Wasserstoff und Helium zusammensetzte. 380.000 Jahre nach dem Urknall war das Urgas auf eine Temperatur von gut 3000 Grad (vor Ort) abgekühlt.

Das Universum dehnt sich aus, sogar beschleunigt, wie 1998 anhand von entfernten Sternexplosionen gemessen werden konnte. Durch diese kosmische Expansion wurde die Hintergrundstrahlung sehr verändert. Weil der Raum expandierte, wurden die Lichtwellen auseinander gezogen. Damit hat sich ihre Wellenlänge vergrößert, d.h. zum roten hin verschoben. Dieser Effekt heißt kosmologische Rotverschiebung. In unserem lokalen Kosmos, „dem Weltall vor der Haustür", beobachten wir deshalb die Hintergrundstrahlung bei deutlich größeren Wellenlängen, als zu der Zeit, als sie ausgesandt wurde.

Im Jahr 1992 wurde mit dem Satelliten Cosmic Background Explorer (COBE) die Temperatur der Hintergrundstrahlung zu 2,725 Kelvin bestimmt. Die Messdaten konnten als Spektrum dargestellt werden (siehe Diagramm unten), also als Auftragung der Intensität der Strahlung über ihrer Wellenlänge oder Frequenz. Dieses Spektrum ist kontinuierlich, d.h. eine breite Verteilung über alle möglichen Strahlungsfrequenzen bzw. –energien.

Anmerkung zu Einheiten im Diagramm: Die Einheit sr steht für Steradiant und ist die Einheit des Raumwinkels. Jy steht für Jansky. Das ist eine sehr gebräuchliche Einheit für den Strahlungsfluss in der Radioastronomie. Sie wurde nach dem Radioastronomen Karl Guthe Jansky (1905 - 1950) benannt. Der Strahlungsfluss ist von der Dimension her Leistung pro Fläche und Frequenzband. In SI-Einheiten gilt: 1 Jy = 10^{-26} $Wm^{-2}Hz^{-1}$



A) *Benutze die von COBE gemessene Temperatur der Hintergrundstrahlung, um daraus zu ermitteln, bei welcher Wellenlänge die Hintergrundstrahlung am hellsten strahlt. Verwende dazu eine recht handliche Formel, die die Temperatur T eines Wärmestrahlers (in Kelvin) in Bezug setzt zur Wellenlänge λ_{max}, bei der die Wärmestrahlung am hellsten ist. Der Zusammenhang heißt Wien'sches Verschiebungsgesetz und lautet:*

$\lambda_{max} = (2.880.000/T) \times 10^{-9}$ m

Die Temperatur T ist immer in der Einheit Kelvin (K) anzugeben. Es gilt: 0 K = -273,15°C
In welchem Spektralbereich liegt die so berechnete Wellenlänge mit maximaler Intensität?

B) *Kosmologen nennen die Zeit 380.000 Jahre nach dem Urknall die Epoche der Rekombination. Das Universum wurde zum ersten Mal kalt genug, dass positiv geladene Atomkerne die negativ geladenen Elektronen einfangen konnten. Die neutralen Atome entstanden. Lichtteilchen konnten sich in diesem neutralen Gas viel leichter ausbreiten, weil sie nicht mehr an Elektronen gestreut wurden. Das Universum wurde so schlagartig durchsichtig für elektromagnetische Strahlung. Das Urgas hatte bei der Rekombination ungefähr eine Temperatur von 3000 Kelvin. Im lokalen Universum (z = 0) messen wir eine stark rotverschobene Hintergrundstrahlung, die daher auch eine andere Temperatur aufweist. Es gilt der folgende Zusammenhang zwischen den verschiedenen Temperaturen und Rotverschiebungen:*

$T_{lokal}/T_{rekomb} = (1 + z_{lokal})/(1 + z_{rekomb})$

Berechne aus dieser Gleichung, bei welcher kosmologischen Rotverschiebung die kosmische Hintergrundstrahlung ausgesandt wurde. Bei welchen Rotverschiebungen befinden sich zum Vergleich die am weitesten entfernten Galaxien oder Sternexplosionen?

LÖSUNG:

Aufgabe 5A)

Die von COBE gemessene Temperatur der kosmischen Hintergrundstrahlung im lokalen Universum beträgt 2,725 K. Eingesetzt in das Wien'sche Verschiebungsgesetz erhalten wir:

λ_{max} = (2.880.000/T) x 10^{-9} m = 2.880.000/2,725 x 10^{-9} m = 1,06 mm

Die Wellenlänge liegt im Bereich der Mikrowellen, die im Spektralbereich zwischen 1 m und 1 mm Wellenlänge auftreten. Dies erklärt den Namen kosmischer Mikrowellenhintergrund (engl. cosmic microwave background, kurz CMB) der Hintergrundstrahlung.

Aufgabe 5B)

$T_{lokal}/T_{rekomb} = (1 + z_{lokal})/(1 + z_{rekomb})$

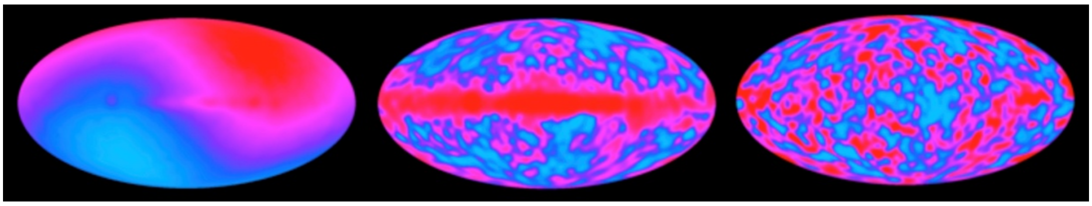
Bekannt sind:
T_{lokal} = 2,725 K
T_{rekomb} = 3000 K
z_{lokal} = 0 (nach Definition)

So folgt durch Umstellen der Gleichung: z_{rekomb} = 3000 K / 2,725 K - 1 = 1100

Die kosmische Hintergrundstrahlung entstand in einer Epoche mit kosmologischer Rotverschiebung von z = 1100.

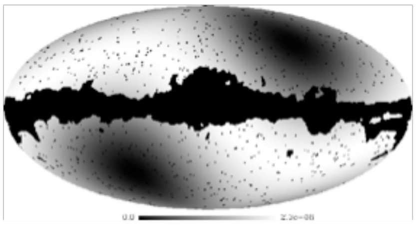
Zum Vergleich: Die am weitesten entfernten Galaxien wurden bei Rotverschiebungen knapp unterhalb von z = 10 entdeckt. Das am weitesten entfernte Einzelobjekt ist eine spezielle Sternexplosion, ein sog. Gammastrahlenausbruch namens GRB 090423, mit einer Rotverschiebung von z = 8. Diese Explosion ereignete sich 650 Mio. Jahre nach dem Urknall.

Anhang für Interessierte: So erhält man die Temperaturkarte der Hintergrundstrahlung
Die Erforscher der kosmischen Hintergrundstrahlung bestimmen an jedem Punkt am Himmel die Temperatur im Bereich der Mikrowellen. Nord- und Südhimmel kann man nun entweder wie bei einem Globus als Kugeloberfläche darstellen oder man projiziert den Himmel auf eine Ellipse (sog. Mollweide-Projektion).
Im gemessenen Mikrowellensignal steckt nicht nur die Hintergrundstrahlung, sondern weitere Quellen und weitere Effekte, die berücksichtigt werden müssen. Dies soll im Folgenden dargestellt werden.



Die erste Schwierigkeit: Unsere Heimatgalaxie bewegt sich relativ zur Hintergrundstrahlung bzw. relativ zum Rest des Universums. Somit macht es einen Unterschied, ob wir in oder entgegengesetzt zu dieser Bewegungsrichtung in den Kosmos schauen. Denn durch den Doppler-Effekt wird die Hintergrundstrahlung in Bewegungsrichtung blauverschoben und entgegengesetzt rotverschoben. Allein dieser Effekt bewirkt eine Temperaturschwankung der Hintergrundstrahlung im Bereich von Tausendstel Grad. Er verschmiert damit die kosmologisch interessanten Temperaturschwankungen der Hintergrundstrahlung, die im Bereich von nur Millionstel Grad liegen. Diesen Bewegungseffekt (genannt Dipol-Anisotropie) muss man deshalb natürlich berücksichtigen und korrigieren. Die Bewegungsgeschwindigkeit der Erde relativ zum Kosmos kann man so bestimmen. Sie beträgt ungefähr 370 km/s oder 1,3 Mio. km/h bzw. gut 1000 Mach. Die Erde rast mit mehr als tausendeinfacher Schallgeschwindigkeit (bezogen auf Luft unter Normalbedingungen) durch den Kosmos!

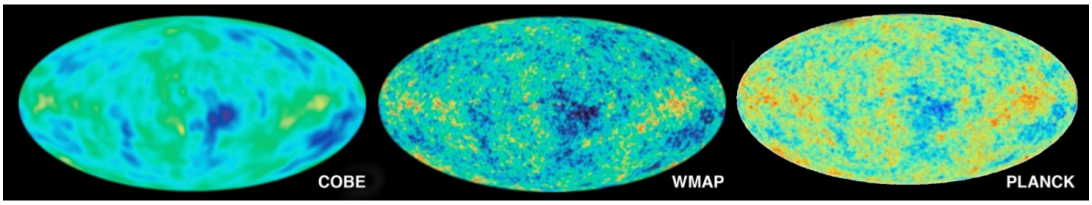
Die zweite Schwierigkeit: Es gibt zahlreiche andere Himmelsquellen, die im gleichen Wellenlängenbereich strahlen, z.B. der Staub in unserer Milchstraße, Punktquellen oder intergalaktisches Gas außerhalb der Milchstraße. Diese anderen Quellen müssen vom gemessenen Himmelsbild abgezogen werden, damit die Hintergrundstrahlung sichtbar wird. Die Falschfarbenbilder oben zeigen die Temperaturkarte mit Bewegungseffekt der Milchstraße (links) sowie mit leuchtendem Staub und anderen Vordergrundquellen (Mitte). In der Mitte tritt die Milchstraße deutlich als leuchtend roter Balken im Vordergrund hervor. Schließlich sieht man nach Abzug dieser beiden Störsignale die eigentliche Hintergrundstrahlung (rechts). Bildquelle: J. Mather, COBE, NASA.



Die Erforscher der Hintergrundstrahlung sind unglaublich geschickt, um all diese Störeffekte heraus zu rechnen. Das Bild oben zeigt eine so genannte Maske, die über das gemessene Rohsignal "gelegt" wird. In der Maske sieht man die Störungen durch den Staub der Milchstraße (horizontaler, schwarzer Balken), viele kleine, einzelne Himmelsquellen (schwarze Punkte und Flecken) sowie den Bewegungseffekt der Milchstraße (ausgedehnte, diffuse Schattierungen links unten und rechts oben). Bildquelle: J. Chluba & R. Sunyaev 2004

Die dritte Schwierigkeit: Die Hintergrundstrahlung machte sich in einem Universum auf den Weg, in dem es noch keine Sterne oder Galaxien gab. Diese entstanden einige hundert Millionen Jahre nach dem Urknall und machten dann der Hintergrundstrahlung Probleme. Denn die Lichtteilchen der Hintergrundstrahlung wurden an dem Material – vor allem an Elektronen – in den Galaxien gestreut und dabei veränderten sie ihre Energie. Die vielen Himmelskörper verschmieren demnach das viel ältere Hintergrundsignal. Dieser so genannte *Sunyaev-Zel'dovich-Effekt* ist das gravierendste Problem in der Analyse der Hintergrundstrahlung.

Das Urgas, dass durch seine Hitze die Hintergrundstrahlung abstrahlte, wies geringe Dichteunterschiede auf. Das bewirkte somit ein leicht variierendes Schwerefeld, aus dem die Hintergrundstrahlung startet. Lichtteilchen verloren Energie, wenn sie gegen die Gravitation ankämpften (*Gravitationsrotverschiebung*). Dieser Effekt, dass die Hintergrundstrahlung gegen die Schwerkraft des Urgases Energie verliert, heißt *Sachs-Wolfe-Effekt*. Der physikalische Grund für die Dichtefluktuationen im Urgas ist die Inflation. Sie hat die mikroskopischen Quantenfluktuationen (die es prinzipiell immer gibt) auf makroskopische Dichtefluktuationen "aufgeblasen". Es ist schon eine verrückte Vorstellung, dass die Quantenfluktuationen des frühsten Kosmos noch Milliarden Jahre später in der Verteilung der Galaxien sichtbar sind.



Nach Abzug aller Störeffekte kann man die Intensität der Strahlung über ihrer Wellenlänge oder Frequenz darstellen. Mit dem COBE-Satelliten wurde damit das beeindruckende Spektrum oben produziert, das keinen Zweifel daran lässt, dass die Hintergrundstrahlung thermischen Ursprungs ist. Man beachte, dass die winzigen Fehlerbalken der Messung, die mit dem Nachfolger-Experiment Wilkinson Anisotropy Probe (WMAP) noch weiter reduziert werden konnten. Die Leistungssteigerung der Instrumente lassen sich gut an den Temperaturkarten erkennen. Die Unregelmäßigkeiten in der Temperaturverteilung (Anisotropien) treten in WMAP-Karte viel deutlicher hervor, als in der COBE-Karte (oben; Bildquelle: NASA). Es ist, als ob man eine schärfere Brille aufsetzt. Im Mai 2009 startete die Mission PLANCK von der Europäischen Weltraumbehörde ESA. Sie wird 15 Monate lang die Mikrowellenstrahlung am ganzen Himmel messen und die Hintergrundstrahlung noch genauer analysieren als jemals zuvor. Rechts oben ist eine Computersimulation der zu erwartenden, noch schärferen Karte der Hintergrundstrahlung abgebildet (Bildquelle: T. Enßlin, Max-Planck-Institut für Astrophysik). Im Jahr 2006 erhielten die US-Forscher J. Mather und G. Smoot den Nobelpreis für Physik, weil sie mit dem COBE-Team die Anisotropien der Hintergrundstrahlung 1992 entdeckten. Vielleicht war dies noch nicht der letzte Nobelpreis im Zusammenhang mit der kosmischen Hintergrundstrahlung.

Aufgabe 6) Messung der Lichtgeschwindigkeit mit einem Schokoriegel

Nun kommt noch ein launiges Experiment zum Abschluss: Wir messen die Lichtgeschwindigkeit c, eine fundamentale Naturkonstante, mit Gegenständen aus der heimischen Küche. Alles, was wir brauchen: einen Mikrowellenherd, einen Schokoriegel, ein Lineal und die richtige Formel.

So geht's:

Man entferne den Drehteller aus der Mikrowelle und lege einen Schokoriegel hinein, den man max. 60 Sekunden lang erhitzt. Im Gerät bilden die Mikrowellen stehende Wellen aus. Dabei entstehen Hitzepunkte in der Mikrowelle, an denen es besonders heiß wird. An diesen Stellen schmilzt der Schokoriegel mehr als an anderen Stellen. Nun misst man den Abstand d der Hitzepunkte (liegt je nach Mikrowellenherd etwa bei 6 cm). Das entspricht gerade der halben Wellenlänge einer elektromagnetischen Mikrowelle, so folgt $\lambda_{Mikro} = 2d$. Nun müssen wir nur am Gerät die Frequenz der Mikrowellen ν_{Mikro} ablesen, typischerweise 2,5 GHz. Multipliziert man Wellenlänge und Frequenz, so ergibt sich die Lichtgeschwindigkeit c.

$$c = \lambda_{Mikro} \times \nu_{Mikro} = 2d \times \nu_{Mikro} = 12 \text{ cm} \times 2{,}5 \text{ GHz} = 3 \times 10^8 \text{ m/s}$$

Bei richtiger Messung folgt der Zahlenwert für c von 300.000 km/s. Der Literaturwert der Vakuumlichtgeschwindigkeit lautet $2{,}99792458 \times 10^8$ m/s.

Bei richtigem Ergebnis darf der geschmolzene Schokoriegel gegessen werden. Guten Appetit!

Quelle: Sachbuch „Wie man mit einem Schokoriegel die Lichtgeschwindigkeit misst und andere nützliche Experimente für den Hausgebrauch“ von Mick O'Hare (Fischer-Verlag, 2009, ISBN: 978-3-5961-8144-5)

Autoren der Rechenpakete:
Dr. Andreas Müller(Excellence Cluster Universe); Astrophysiker u. Scientific Manager
Dr. Frank Simon (Max-Planck-Institut für Physik, Excellence Cluster Universe); Teilchenphysiker u. Nachwuchsgruppenleiter

Layout und Grafiken: Ulrike Ollinger

Kontakt:
Alexandra Wolfelsperger
Associate PR & Scientific Coordination
Excellence Cluster Universe
alexandra.wolfelsperger@universe-cluster.de
089 - 35831 - 7106
www.universe-cluster.de

Nachschlagewerk mit 550 Astro-Begriffen:
www.astronomiewissen.de